# 我們與光的距離

**參考桃園市山腳國中謝熹鈐-補光捉影**

**一、要融入的單元內的教材地位分析：**

1. 本單元對應 108 新課綱的學習表現為：

s-IV-6 理解平面圖形相似的意義，知道圖形經縮放後其圖形相似，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。

s-III-7 認識平面圖形縮放的意義與應用。

1. 本單元對應 108 新課綱的學習內容為：

S-6-1 放大與縮小：比例思考的應用。「幾倍放大圖」、「幾倍縮小圖」。知道縮放時， 對應角相等，對應邊成比例。

S-9-1 相似形：平面圖形縮放的意義；多邊形相似的意義；相似符號（~）；對應角相等；對應邊長成比例。

* + 1. 平行線截比例線段：連接三角形兩邊中點的線段必平行於第三邊（其長度等於第三邊的一半）；比例線段的意義；平行線截比例線段性質；利用截線段成比例判定兩直線平行；平行線截比例線段性質的應用。

## **二、相關的數學奠基模組概述**

本教材轉化自「第一期數學奠基活動模組縮放繪」與「第三期數學奠基活動模組補光捉影、如影隨形」。

「縮放繪」設計主軸是：利用手機電腦對圖形的縮放，帶出**縮放中心可以是任意點**、**縮放中心與其所有對應點成一直線**。

「補光捉影、如影隨形」設計主軸是：利用投影實驗，體驗放大圖要在圖卡與布幕平行時才會相似，而且觀察到對應角相等，對應邊成比例。

## **三、單元教材與奠基活動和奠基精神的連結(含連結的目標與方式)**

【活動一】利用 PPT 裡圖形的拖拉，引動學生思考放大縮小的意義。

【活動二】利用投影實驗，讓學生感受放大的原理：

* + - 1. 放大圖的每一邊，放大的倍數都相同，但是角都不會變大。；
      2. 投影物件及成像布幕必須平行。

【活動三】利用尋找光源反推的實物操作，當學生操作找到光源位置時，會觀察到

1. 光源位置不是唯一，奠基「縮放圖可由任一定點縮放」
2. 當三條光線聚焦在一點時，兩縮放圖是平行，且同一光線被等比例隔 開。；若不是聚焦一點時，兩縮放圖不是平行。此時是觀察三截面的結果，奠基「平行線截等比例線段性質」及「縮放圖的繪製」

|  |  |
| --- | --- |
| **奠基連結的單元目標** | **奠基連結方式** |
| 平行線截等比例線段性質 | 【活動二】利用投影實驗，讓學生感受放大時投影物件及成像布幕必須平行。  【活動三】利用尋找光源反推的實物操作，當學生操作找到光源位置時，會觀察到：當三條光線聚焦在一點時，兩縮放圖是平行，且同一光線被等比例隔開；若不是聚焦一點時，  兩縮放圖不是平行。 |
| 對應邊成比例、對應角相等 | 【活動二】利用投影實驗，讓學生感受放大時，放大圖的每一邊，放大的倍數都相同，但是角都不會變大。 |
| 縮放圖可由任一定點縮放 | 【活動三】利用尋找光源反推的實物操作，當學生操作找到  光源位置時，會觀察到光源位置不是唯一 |
| 縮放圖的繪製 | 【活動三】利用尋找光源反推的實物操作，當學生操作找到  光源位置時，會觀察到三截面的結果：兩縮放圖是平行，且同一光線被等比例隔開。 |

## **四、單元內的學習重點的調整(與平常教學的區別)**

### 透過 PPT 裡圖形的拖拉變形圖形引起動機：

利用將圖形拖拉變形，讓學生想要上台教老師如何操作，激發學生注意力，引動學生思考放大縮小的意義，透過學生想的縮放實例，鋪成投影實驗來驗證學生說的放大縮小。

### 透過投影放大實驗，讓學生眼見為憑觀察放大圖：

一直來，教科書裡談到縮放圖形時，都會以投影情境說明，卻都未曾讓學生直接動手觀察操作，直接讓學生觀察到放大圖與原圖：對應邊成比例、對應角相等，眼見為憑最為實際。

### 透過尋找光源活動，由立體圖像觀察再轉化到平面縮放圖繪製：

教科書中，皆是由抽象的證明去解釋平行線截等比例線段性質，進而解釋放大縮小圖的作圖方式，但是學生往往對證明過程不易理解，所以作圖方式也是背的，殊不知作圖的原理是，投影中每一組對應邊與光源的截面，透過實體操作觀察，讓學生了解原理，期能讓學生就算不會證明也會對於平行線截等比例線段及縮放圖繪製更加具體。

## **五、教師診斷介入**

|  |  |
| --- | --- |
| **診斷目標** | **教師診斷介入** |
| 引動學生思考放大縮小的意義 | 詢問學生：  老師先故意拉動 B、D 讓學生說出圖變胖變瘦了，問學生為這樣拉不叫放大圖或縮小圖？ |
| 光源在平行位置上不會影響影子大小 | 詢問學生：  觀察光源左右、前後移動哪一種方向一樣是 2 倍長影子。 |

|  |  |
| --- | --- |
| 放大圖對應邊成比例、對應角相等 | 詢問學生：  請問在放大 2 倍與 3 倍線段 a 長度時，還有哪些也一起放大？有哪些不會放大？ |
| 圖卡與布幕需平行才能照出放大圖 | 詢問學生：  圖卡的面跟影子成像布幕的面，擺放方式是否有需要特別注意的地方？ |
| 平行線截等比例線段 | 詢問學生：  套上原始圖，當三根竹籤交於一點時，請觀察兩個三角形的位置及竹籤長度有甚麼特殊狀況？ |

**六、師生共建介入**

|  |  |
| --- | --- |
| **數學發現** | **師生共建介入** |
| 平行線截等比例線段性質 | 【活動二】利用投影實驗，讓學生感受放大時投影物件及成像布幕必須平行。  【活動三】利用尋找光源反推的實物操作，當學生操作找到光源位置時，會觀察到：當三條光線聚焦在一點時，兩縮放圖是平行，且同一光線被等比例隔開；若不是聚焦一點時，  兩縮放圖不是平行。 |
| 對應邊成比例、對應角相等 | 【活動二】利用投影實驗，讓學生感受放大時，放大圖的每一邊，放大的倍數都相同，但是角都不會變大。 |
| 縮放圖可由任一定點縮放 | 【活動三】利用尋找光源反推的實物操作，當學生操作找到光源位置時，會觀察到光源位置不是唯一 |
| 縮放圖的繪製 | 【活動三】利用尋找光源反推的實物操作，當學生操作找到  光源位置時，會觀察到三截面的結果：兩縮放圖是平行，且同一光線被等比例隔開。 |

## **七、教案**

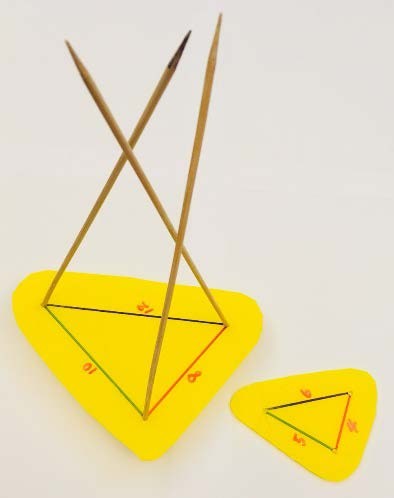
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 奠基模組 | 我們與光的距離  【參考奠基活動設計者：謝熹鈐老師-補光捉影、如影隨形】 | | |
| 教學者 | 張正勤 | 模組轉化者 | 謝熹鈐 |
| 教學年級 | 九年級上學期 | 教學時數 | 2 節 |
| 銜接課程 | 第五冊 1-1 比例線段、1-2 縮放與相似 | | |
| 設計理念與  課程內涵 | 1. 投影放大縮小圖是相似形的基礎，也是生活中處處可見的現象，但是一直來的教學在投影部分都只是說明而已，而且一開始平行線截等比例線段是以證明為開端，故而很多學生在九年級一開始便放棄數學。 2. 希望能藉由動手實作，眼見為憑，讓學生直接具體觀察到課本描述的現象：對應   邊成比例、對應角相等、平行線截等比例線段、縮放圖可由任一定點縮放 | | |
| 核心素養 | 數-C2  具備和他人合作解決問題的素養，並能尊重多元的問題解法，建立良好的互動關係。 | | |
| 學習表現 | s-IV-6 理解平面圖形相似的意義，知道圖形經縮放後其圖形相似，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。  s-III-7 認識平面圖形縮放的意義與應用。 | | |
| 評量方式 | 學習單、分組討論報告 | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **教學活動** | **時**  **間** | **教學資源** | **教學重點** |
| 【活動一】引起動機：  1. 開 PPT 一圖檔，問學生如何將圖縮小、放大？    拉動 A、B、…H 哪一個點？ | 10 | * 筆電 * PPT * 學生上台操作 * 分組討論 | (1) 老師先故意拉動 B、D 讓學生說出圖變胖變瘦了，問學生為這樣拉不叫放大圖或縮小圖？   * 讓學生用他們自己口語方式說出來相似的感覺。   (2) 徵求學生上台拉出放大圖。   * 方法 1：利用對角線放大按住 shift+滑鼠左鍵拖曳 A 或 C 或 E 或 G * 方法 2：由中心點放大   按住 shift+ctrl+滑鼠左鍵拖曳 A 或 C 或 E 或 G  學生不管方法對不對，問學  生如何確認怎樣才是放大圖縮小圖？ |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2. 提問：生活中，有哪些是放大或縮小的實例？ | 5 | * 小組討論、發表 * 小白板 | (1) 各組寫在白板上，貼在黑板公布，合理即加分。   * 希望學生能寫出投影機、影印機、影子…等等 * 帶出投影實驗需求 |
| 【活動二】  **「補光捉影、如影隨形」**奠基活動：  1. 觀察圖卡，測量及記錄學習單 1： | 5 | * 圖卡 * 直尺 * 圓規 | (1) a = 3cm、b = 2cm  (2) ∠1=50°，∠2~∠5=90° |
| 2. 找出指定的影子：  ※光源、圖卡、布幕必須都放在直線上  (1) 2 倍長影子活動：  甲、 請利用圖卡一，請學生投射出線段 a 的  2 倍長影子，並記錄位置，然後觀察光  源左右、前後移動哪一種方向一樣是 2  倍長影子。  乙、 保持可以放大 2 倍長的擺放位置，更換圖卡，觀察圖卡二~圖四所成像出來的影子，紀錄長度與角度後，觀察光源左右、前後移動哪一種方向一樣是 2 倍長影子。  丙、 利用圖卡一，再找出另一種可以放大 2 倍長影子的擺放位置，並更換圖卡，觀察圖卡二~圖四所成像出來的影子，並  做紀錄。 | 25 | * 圖卡 * 手機 * 布幕 * 框架 * 方格紙 * 直尺 * 量角器 | 1. 紀錄位置：      1. 紀錄長度與角度 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (3) 3 倍長影子活動： | | | 10 | * 圖卡 * 手機 * 布幕 * 框架 * 方格紙 * 直尺 * 量角器 | (1) 同上 |
| 利用圖卡一找出放大 3 倍長影子的擺放 | | |  |  |
| 位置，並更換圖卡，觀察圖卡二~圖四所 | | |  |  |
| 成像出來的影子，並做紀錄(擺放位置、 | | |  |  |
| 影子長度及角度)。 | | |  |  |
|  | (4) 圖卡或布幕斜放 |  | 10 | * 圖卡 * 手機 * 布幕 * 框架 * 方格紙 * 直尺 * 量角器 | (1) 利用反例讓學生確認，放大圖必須在圖卡與布幕平行時產生。 |
|  | | |
| 甲、利用圖卡一，請學生投射出線段 a | | |  |
| 的 2 倍長影子，觀察光源左右、前 | | |  |
| 後移動會不會哪一種方向一樣是 2 | | |  |
| 倍長影子。 | | |  |
| 乙、同樣位置換圖卡三、四，請學生觀 | | |  |
| 察發現什麼？ | | |  |
| (5) 完成學習單，歸納與討論 | | | 5 | * 學習單 | (1) |
| 【活動三】尋找光源：  準備下列材料：三枝竹籤(一邊綁上橡皮筋、  D:\輔導團\奠基進教室\熹鈐奠基進教室\S_8275326422697.jpg  一個原始三角形圖、一個放大 2 倍) | | |  | * 如左圖 |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. 以竹籤模擬光線，發給各組半成品：  請各組先觀察兩個三角形的關係。 | 2 | * 如左圖 | 1. 學生會判斷兩個三角形是**縮放圖**。 2. 預期學生會說大的是小的1/2，小的是大的 2 倍，由此建立縮放說法。 3. 藉由顏色的群化作用，讓學生產生對應邊概念。 |
| 1. 套上原始圖，請學生觀察：    1. 當三根竹籤交於一點時，跟沒有交於一點時，兩個三角形的位置有甚麼不同？    2. 當三根竹籤交於一點時，請觀察兩個三角形的位置及竹籤長度有甚麼關係？   左圖，三竹籤未聚焦於一點。右圖，三竹籤有聚焦於一點。 | 7 | * 如左圖 | 1. 套上原始圖時，須有對應邊概念。 2. 光源會在三竹籤聚焦於一點的位置。 3. 此時兩平面是平行關係。   ※請同學講出判別方法。   1. 竹籤被兩平面所截為 1：1 |
| 3. 老師示範說明。 | 5 |  | (1) 老師示範壓很斜的狀況，讓學生觀察三截面，藉此轉化  到平面作圖 |
| 4. 請學生完成學習單：四、尋找光源。 | 8 |  | (1) 學生完成平面縮放 3 倍、1/2 倍作圖。 |



**八、學習紀錄單**

## **一、**觀察圖卡二~四，在與圖卡一同樣倍率下，影子發生什麼變化？

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 圖卡 | 線段或 角度 | 原始圖卡 | 2 倍長位置 的影子 | 3 倍長位置 的影子 | 判斷影子與原始圖卡是否改變 |
|  | ***a*** |  |  |  |  |
|  | ***b*** |  |  |  |  |
| **∠1** |  |  |  |  |
|  | ***c*** |  |  |  |  |
| ***d*** |  |  |  |  |
| **∠2** |  |  |  |  |
| **∠3** |  |  |  |  |
|  | **半徑** |  |  |  |  |

1. 請問在放大 2 倍與 3 倍線段 *a* 長度時，還有哪些也一起放大？

## 請問在放大 2 倍與 3 倍線段 *a* 長度時，有哪些不會放大？

1. 算算看，圖卡三原來的面積，放大 2 倍與 3 倍線段 *a* 長度時面積各是多少？是原來面積的幾倍？

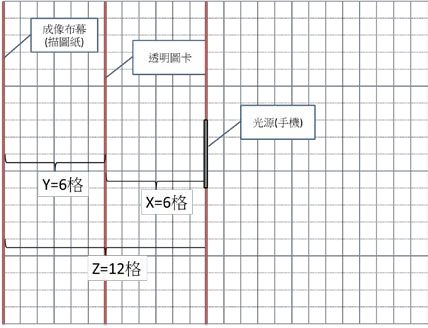
## 猜猜看，那圖卡四在放大 2 倍與 3 倍線段 *a* 長度時的面積是原來的幾倍？驗證看看是否正確？

**二、 位置紀錄：**請將光源、圖卡、影子成像布幕位置，畫在下列表格中。

|  |
| --- |
| 【2 倍長影子】-擺法一 |
|  |
| 【2 倍長影子】-擺法二 |
|  |
| 【3 倍長影子】 |
|  |

# 三、想想看，剛剛利用光源放大影子的過程，有沒有發現甚麼共通性呢？ 接下來讓我們一起來找找看吧？

## 請紀錄光源、圖卡、影子成像布幕位置於下表：



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **圖卡一**  **任務內容** | ***y=***  **圖卡到影子成像布幕**  **間隔(幾格)** | ***x*=**  **光源到圖卡間隔(幾格)** | ***z*=**  **光源到影子成像布幕**  **間隔(幾格)** | 𝒚𝒚 ÷ 𝒙𝒙 | 𝒛𝒛 ÷ 𝒙𝒙 |
| 2 倍【擺法一】 |  |  |  |  |  |
| 2 倍【擺法二】 |  |  |  |  |  |
| 3 倍擺法 |  |  |  |  |  |

(1)觀察𝒚𝒚 ÷ 𝒙𝒙與𝒛𝒛 ÷ 𝒙𝒙誰與任務倍數相等？

1. 去看看別組的 *x*、*y*、*z* 格子數跟你們的有一樣嗎？

## 光源到圖卡的間隔固定為 *x* 格後，在距離同一個間隔數的狀況下移動位置， 影子的大小會不會改變？

1. 圖卡的面跟影子成像布幕的面，擺放方式是否有需要特別注意的地方？

# 四、尋找光源：

## 請問下列哪一種擺法可以找到光源？並畫出光源位置。

|  |  |
| --- | --- |
| □可以 □不可以 □原因： | □可以 □不可以 □原因： |
| 甲圖 | 乙圖 |

* 1. 請利用尺規作圖畫出下列指定倍數的縮放圖。

|  |
| --- |
| 【縮放 3 倍後的圖形】 |
| 【縮放 1/2 倍後的圖形】 |